**ACADEMIA DE
CIENCIAS, INGENIERÍAS Y HUMANIDADES DE LANZAROTE**

EL MODERNO CONCEPTO DE PROBABILIDAD Y SU APLICACIÓN AL CASO DE LOS SEGUROS

IL MODERNO CONCETTO DI PROBABILITÀ E IL SUO RAPPORTO CON L'ASSICURAZIONE

Discurso leído en el acto de su recepción como
Académico Correspondiente en Italia por

Dr. D. **Claudio de Ferra**

el día 25 de julio de 2016

Discursos Académicos
61

EL MODERNO CONCEPTO DE PROBABILIDAD Y SU APLICACIÓN AL CASO DE LOS SEGUROS

IL MODERNO CONCETTO DI PROBABILITÀ E IL SUO RAPPORTO CON L'ASSICURAZIONE

EL MODERNO CONCEPTO DE PROBABILIDAD Y SU APLICACIÓN AL CASO DE LOS SEGUROS

IL MODERNO CONCETTO DI PROBABILITÀ E IL SUO RAPPORTO CON L'ASSICURAZIONE

Discurso leído en el acto de su recepción como
Académico Correspondiente en Italia por
Dr. D. **Claudio de Ferra**
el día 25 de julio de 2016

Fundación Manual Velázquez Cabrera, Casa del Maestro
Tiscamanita, Tuineje (Fuerteventura)

Agradecimientos

A mis padres Giulio y Maria Carmela Mion.
A mi esposa Jolanda Fantin.
A mi Maestro Bruno de Finetti.
Al Presidente de esta Academia,
Prof. Francisco González de Posada.

A mi hijo Enrico, un hijo especial.

Señor Presidente de la Academia de Ciencias, Ingenierías y
Humanidades de Lanzarote,
señores Académicos,
señoras y señores,

Siento antes de todo la obligación de expresar mi gratitud al Presidente, Prof. Francisco González de Posada, a los miembros de esta Academia y a todos los asistentes por acudir a esta jornada de fiesta que mucho me honra.

En el pasado, tuve el honor de recibir en Roma un importante premio internacional por parte de la "*Accademia dei Lincei*" por la sección de la Ciencia de los Seguros en presencia del Presidente de la República Italiana. [En la foto adjunta, un momento del acto. Roma, 1984]. Era el lejano año 1984 y yo todavía estaba de servicio en mi Universidad de Trieste, como catedrático de Matemática Financiera.

Pero os tengo que confesar que el reconocimiento del día de hoy me produce más gozo que aquél, porque ahora ya soy un viejo jubilado y de premios como éste ya no podía soñar ni de noche o después de unos cuantos chupitos de ron miel canario.

Después de esta premisa, he elegido hablarles de un tema que espero será de su interés y que tampoco necesita las fórmulas matemáticas a las que mis estudiantes estaban acostumbrados, porque está basado sólo en conceptos elementales. Les hablaré de la relación entre Probabilidad y Seguros.

Puede que parezca extraño, pero entre las muchas palabras que solemos utilizar, y de las que estamos seguros de conocer bien su significado, hay una sobre la cual, con frecuencia, las ideas no están tan claras. O, para decirlo mejor, no se ha reflexionado lo suficiente como para que resulten claras. Me estoy refiriendo al término *probabilidad*, palabra que en la Matemática Actuarial tiene una posición clave.

¿Qué significa exactamente "la probabilidad de cierto evento es, por ejemplo, 0,15"?

La respuesta que se suele dar comúnmente a esta pregunta es que el evento se presenta con una frecuencia de 0,15, es decir que en promedio se verifica 15 veces de cada 100 pruebas.

Esta respuesta podría también ser correcta, pero sólo en un número bastante limitado de situaciones, es decir en todas y solas aquellas donde se trata de eventos '*repetibles*', o sea eventos que puedan representarse en el tiempo con las mismas características. Ejemplos típicos de eventos repetibles se encuentran en los juegos de los dados, de las cartas y en las loterías.

Ejemplos de juegos repetibles.

No hace falta mucho esfuerzo para entender que eventos de este tipo no pueden aplicarse al campo de los Seguros, donde en cambio se toman en consideración hechos que, por su naturaleza, son todo menos repetibles, como la supervivencia de una determinada persona, que un determinado vehículo esté involucrado en un determinado accidente de tráfico o bien que el lanzamiento de un determinado satélite resulte ser un éxito.

Es necesario, por lo tanto, buscar una respuesta más general a la pregunta sobre el significado de la probabilidad. Una respuesta que tendrá que incluir también los casos de los dados y de las loterías, pero que se aplique a la totalidad de los eventos y de forma específica a los eventos de interés concreto, como los que se tratan en la teoría de los seguros.

La definición que buscamos tiene que ser omnicomprensiva y exhaustiva: tiene que ponernos en condiciones de examinar también los casos límite de eventos sobre los que nunca se han hecho pruebas y tampoco se harán nunca, pero que necesitarán, ellos también, tener una probabilidad asignada.

Ha sido el genial matemático y actuario italiano Bruno de Finetti, de quien tuve el honor de ser discípulo, el que nos ha proporcionado esta definición. No es casualidad que, antes de empezar su carrera como profesor universitario, y convertirse en una figura de nivel mundial, pasó por una experiencia de más de 10 años “sobre el terreno”, en la conocida compañía triestina *Assicurazioni Generali*.

[El Prof. Bruno de Finetti – primero desde la izquierda- es nombrado Presidente de Honor de la Asociación de los Matemáticos Aplicados a las Ciencias Sociales (AMASES) por su Presidente, Claudio de Ferra, en presencia de otras dos figuras de la materia, el Prof. Luciano Daboni –segundo desde la izquierda- y el Prof. Giuseppe Ottaviani- último a la derecha. Aula Magna de la Universidad de Bologna. 1983]

Hoy en día todos los expertos están de acuerdo con su visión '*subjetiva*', pero no fue así en los comienzos, debido a esta tan arraigada forma de pensar exclusivamente en términos de frecuencia. Pero ¿qué necesidad habría entonces de hablar de probabilidad si sólo bastaría con calcular la frecuencia?

Sí, es cierto que entre la probabilidad y la frecuencia existe una conexión, a veces muy estrecha, pero esa se refiere a objetos conceptualmente distintos, porque la primera hay que asignarla '*a priori'*, mientras que la segunda es una constatación de algo ya ocurrido y por lo tanto se puede atribuir sólo '*a posteriori'*. Tendremos ocasión más tarde de volver a esta diversidad y aclarar la importante relación que conecta estos dos conceptos.

La definición, exquisitamente operativa, del Prof. de Finetti es la siguiente: "*la probabilidad de un evento es el grado de confianza que un sujeto atribuye, en su estado de información, a la verificacirse de dicho evento.*" Así que la probabilidad no existe "*per se*", sino que es un juicio que un determinado sujeto asigna al verificarse del evento. Por lo tanto, a cada evento cada sujeto atribuye su probabilidad, que puede coincidir, o no, con la que ha sido asignada por otros sujetos y además puede variar para el mismo sujeto, según el grado de información que posee.

Ésta es precisamente la probabilidad que nos hace falta todo los días para tomar las pequeñas y grandes decisiones de nuestra vida cotidiana a todos los niveles, como por ejemplo elegir un recorrido para ir al supermercado o decidir la época de nuestras vacaciones en la playa.

Apenas hace falta añadir que, en presencia de estadísticas fehacientes sobre un determinado fenómeno repetitivo, el individuo coherente dará un juicio de probabilidad no alejado de los resultados de aquellas estadísticas. (Sobre la coherencia tal como la entendía de Finetti volveremos más tarde). Hay que subrayar que *juicio subjetivo* no significa en absoluto "juicio arbitrario". La regla áurea para dar un buen juicio de probabilidad es la siguiente: "*la probabilidad es el precio que el individuo está dispuesto a pagar para recibir el importe unitario si el evento se verifica, y nada en el caso opuesto*". Pero tiene que ser al mismo tiempo el importe que el mismo individuo acepta de recibir a cambio de pagar el importe unitario si el evento se verifica, es decir invirtiendo los términos de la apuesta. Con este doble vínculo el apostador está obligado a juzgar con extrema equidad y a profundizar cuanto más posible sus conocimientos sobre el objeto de la evaluación.

Por lo tanto la receta 'definettiana' tiene un valor económico: es el precio de una apuesta.

Hay que subrayar que semejante planteamiento resulta aplicable a cualquier tipo de evento, también a un evento aislado que nunca más podrá repetirse. Y en efecto el tema de la repetitividad aquí ni siquiera se está rozando. Observamos, dicho sea de paso, que, siendo rigurosos, ningún evento es repetible. Podrán ser parecidos o asimilables entre ellos, como diremos más tarde, porque esta forma de proceder nos viene útil en la práctica.

Entonces, ¿qué es la *coherencia*? El sujeto es coherente si nunca da juicios de probabilidad en contraste entre ellos, como sería el caso de un individuo que piense apostar un importe menor de 1 para ganar 1 con toda seguridad: habría descubierto el método para multiplicar el dinero, en una especie de motor perpetuo.

Volvemos ahora al discurso que se refiere a la conexión entre frecuencia y probabilidad, cuestión que nos ocupaba precisamente para remarcar las diferencias.

Si los eventos que se consideran están en la especial categoría que llamados de 'repetibles', para ellos vale un teorema famoso.

Es un teorema antiguo, porque se remonta a *Jacques (o Jacob) Bernoulli,* que vivió entre 1654 y 1705, y que nos dice que *'la frecuencia de éxitos, en una serie lo suficientemente numerosa de pruebas, tiende a la probabilidad del evento*'. Es lo mismo que decir que, lanzando un dado cientos de veces y asumiendo que la probabilidad de salida de cada cara sea la misma, la que lleva sólo un puntito se presenta un número de veces aproximadamente igual a un sexto de los lanzamientos (20 veces con 120 lanzamientos), siendo 1/6 la probabilidad de dicho evento.

Aquí está la auténtica conexión entre probabilidad y frecuencia, aquella conexión que nos permite utilizar la probabilidad como previsión de la frecuencia, siempre y cuando por supuesto se trate de eventos con características de repetibilidad.

Es importante remarcar que, aunque de forma no rigurosa, es posible hablar de repetibilidad también en esquemas donde están presentes eventos análogos, símiles, afines o en todo caso con características comunes.

Pero ¿qué tiene que ver la probabilidad con los seguros? Contestar a esta pregunta no resulta difícil en absoluto. La respuesta está directamente en la definición de Finetti: la probabilidad de un evento es aquel importe que estamos dispuestos a desembolsar con tal de recibir la unidad si el evento se verifica, o sea la '*prima*' que estamos dispuestos a pagar para asegurar un bien de valor unitario. Si el bien vale 100.000 Euros y estimamos la probabilidad que se eche a perder en 0,01, es decir un 1%, eso quiere decir que para asegurarlo estaríamos dispuestos a pagar 1.000 euros, como se deduce aplicando una simple relación de proporcionalidad. Por supuesto, en la práctica no somos nosotros los que fijamos los precios de la compañía de seguros, sino que más bien es esta última la que los establece. Y esto es así porque quien se expone al riesgo es la aseguradora y también porque tiene una mayor capacidad de calcular aquella probabilidad, al tener los instrumentos para ello. En la práctica, la compañía utiliza estadísticas actualizadas propias o bien otras que estén disponibles en la literatura profesional sobre aquel tipo de eventos que pretendemos asegurar. Y si no existieran, hará referencia a casos análogos para poder expresar de la forma más ajustada posible aquella probabilidad.

El precio calculado teniendo en cuenta sólo la probabilidad se llama '*precio ecuo*' y constituye la base para calcular la prima que el tomador tendrá que pagar. Pero el precio final será más elevado porque en este cálculo habrá que tener en cuenta dos factores extra, uno para la seguridad de la empresa (que tiene que tutelarse ante un posible aumento del riesgo) y el otro por los gastos a los que la aseguradora tiene que hacer frente para el desarrollo de su actividad (empleados, agentes, oficinas, etc.). La decisión final sobre aceptar, o no, este contrato está en las manos del tomador, aun cuando sepa que las condiciones no van a ser ecuas en el sentido probabilístico de la palabra, basándose en cambio en la '*utilidad*' que le atribuya. Este concepto de utilidad es en realidad lo que es más importante para el tomador y por supuesto está conectado con la probabilidad, pero no es ésta la sede para profundizar más en este argumento. Será suficiente decir que el tomador y la aseguradora podrán encontrarse de acuerdo sobre una prima no ecua, el primero 'a pesar' de los recargos y el segundo 'gracias' a los recargos, siendo su utilidad diferente porque el primero pretende 'descargar' un riesgo y el segundo asumirlo.

Acabamos de afirmar que la compañía de seguros está mejor equipada para calcular la probabilidad del evento que queremos asegurar. La información de la que dispone no será relativa precisamente a aquel evento, sino a otros considerados homólogos o supuestos como tales. Si esto no fuera suficiente, se empleará información obtenida investigando aquel evento específico.

Por ejemplo, en el caso de un seguro de vida, se tratará de pedirle al propio asegurado información sobre su historial médico y el de sus padres y parientes próximos, que podrán dar paso a una visita médica en su caso también por parte de un especialista; en cambio en el caso de un seguro de bienes, se pedirán peritaciones a técnicos especializados. En todo caso resulta bastante evidente que la búsqueda de la probabilidad necesaria para fijar la prima resulta un tema delicado, que involucra factores ampliamente subjetivos, como puede ser la opinión de un médico o la evaluación del valor de mercado de un bien por parte de un perito. También hay que considerar que toda evaluación tiene un coste para la compañía y, por lo tanto, en caso de importes bajos o moderados, a veces se considera suficiente aplicar una evaluación con datos estándar, que al fin y al cabo no deberían dar lugar a grandes inconvenientes.

El de Finetti avisaba que cada riesgo merecería su propia evaluación de probabilidad, aunque se daba cuenta él primero que eso sería la ruina del asegurador, porque actuando así los costes subirían desmesuradamente. Se podría llegar al absurdo de una pequeña prima ecua con unos gastos mucho más elevados y por lo tanto inaceptables para el tomador. Así que en la práctica de cada día en el campo de los seguros hay que aceptar la idea de que la equidad de la prima no es un dogma absoluto. Desde el principio, la técnica de los seguros ha tenido que intentar reequilibrar, por lo menos en parte, las descompensaciones que se presentan en las distintas situaciones de riesgo. Si por ejemplo se cobrara a los jóvenes con un permiso de conducir recién estrenado una prima ecua, ésta resultaría mucho más elevada que la de los conductores experimentados; por esta razón las compañías que pretenden mantener sus precios lo más bajo posible suelen excluir a este gremio de sus asegurados. Cuando no sea así, serán los más ancianos y más expertos los que tendrán que pagar lo que se le descuenta a los jóvenes.

De ejemplos de este tipo hay todos los que se quiera, hasta llegar al extremo de los seguros sociales, donde estas compensaciones no constituyen la excepción sino más bien la regla. Esta forma de proceder se suele indicar como '*principio de solidaridad*', que pretende ayudar de forma no-ecua matemáticamente hablando a los asegurados que interrumpan forzosamente su vida laboral al sufrir un accidente; no hay que confundir este principio con la '*mutualidad*', que en cambio indica el hecho, intrínseco en el concepto de seguro, que el pago de los siniestros se sustenta en la aportación de las primas por parte de la colectividad asegurada en su totalidad y no asegurado por asegurado.

Un tema separado, y también bastante delicado, es la variación de las probabilidades, y por lo tanto de las primas, durante la validez del seguro. Se trata de un argumento de la máxima importancia, que no suele ser bien recibido, y menos todavía entendido, por parte de los no expertos y por lo tanto es fuente de discusiones y polémicas.

En realidad se trata de dos cuestiones distintas. La primera se refiere al hecho de que en muchas situaciones, como es típico en el seguro de responsabilidad civil de los coches, cada año las probabilidades de siniestro varían, tanto de forma global como respecto al particular asegurado, dando lugar a un complejo procedimiento de revisión que en esta ocasión ni siquiera podemos rozar. La segunda en cambio es de una naturaleza muy distinta, porque pone en discusión la probabilidad asignada inicialmente en sí misma, por la falta de información que se tenía en aquel momento, como explicamos en el ejemplo que sigue.

Consideremos una urna que contiene diez bolitas negras y noventa blancas, por un total de cien entre los dos colores. La probabilidad de extraer una bolita negra es claramente de 10 entre 100, es decir 0,1. Pero ahora consideremos otro esquema en el que se sabe que hay bolitas blancas y negras pero no es posible conocer con anticipo cuántas de cada color. Así que podrían ser diez y noventa, o veinte y ochenta o cincuenta y cincuenta, lo que significa que la probabilidad de extraer una bolita negra es de 0,1 o 0,2 o 0,5 respectivamente en las distintas situaciones. En este caso ¿cómo podemos averiguar cuál es la probabilidad real sin saber cuántas son de cada color?

Lo único que podemos hacer es asumir una hipótesis, nada más. Pero si se nos concede hacer unas extracciones, la situación mejora y mucho. Por supuesto, siempre estamos hablando de extraer las bolitas y después volver a ponerlas en la urna, porque de dejarlas fuera se modificaría la composición de dicha urna y por lo tanto la probabilidad involucrada en cada experimento. Entonces, si tomamos nota de los resultados de la extracción, es decir si ha salido una bolita negra o una blanca en cada una de las pruebas, podremos intentar adivinar con más información la composición incógnita de la urna.

En realidad podremos acercarnos aún más si recordamos un bellísimo teorema que debemos a un reverendo que vivió en el siglo XVIII, cuyo nombre es *Thomas Bayes*. No vamos a describirlo aquí, porque necesitaríamos fórmulas matemáticas que, según les prometí, no vamos a emplear, pero es suficiente saber que nos permite modificar, después de cada extracción, la probabilidad inicial según los resultados que vamos obteniendo. Si hubiéramos empezado desde la probabilidad de 0,1 del ejemplo inicial, después de cada extracción de una bolita negra este 0,1 subiría y después de una bolita blanca bajaría.

Y eso porque, como se decía antes, la probabilidad que podemos asignar a un evento depende de la información de la que disponemos.

El ejemplo de la urna de composición incógnita es una forma fácil de entender para ejemplificar los problemas más generales que se presentan habitualmente en el campo de los seguros para eventos cuya probabilidad es difícil de evaluar por falta de información inicial suficiente. Por lo tanto, en casos como éstos hará falta proceder por medio de aproximaciones sucesivas con la ayuda de experimentos similares.

Concluiremos esta reseña de problemáticas probabilísticas aplicadas al campo de los seguros mencionando una sorprendente aplicación del ya mencionado teorema de Bernoulli, el que afirma la convergencia, después de un número suficiente de pruebas, de la frecuencia hacia la probabilidad.

En aquellos casos en los que resulta difícil operar con fórmulas matemáticas por la necesidad de tener en cuenta varias probabilidades de distinta índole -típico es el caso de los seguros sociales donde los eventos que intervienen son numerosos y de varias naturalezas-, se prefiere la sustitución del cálculo probabilístico con una simulación de los eventos en juego. Con este fin, se crea un modelo informático que esquematiza la situación, generando los eventos que interesan por medio de la extracción de números pseudo-casuales que siguen las distribuciones de probabilidad del evento respectivo. A este proceso se le llama '*simulación estocástica*'. Al ordenador se le encomienda la tarea de producir miles, o hasta decenas de miles, de 'experimentos simulativos', cada uno de ellos representando una posible situación real (que depende de las promociones, posible invalidez, jubilación a diferentes edades, salidas del grupo por distintas causas, etc. que puedan verificarse a lo largo de la futura vida laboral de cada individuo perteneciente a la colectividad en examen) y al final se consigue el resultado promediando los números obtenidos en cada prueba.

En este tipo de metodología, yo fui uno de los pioneros a finales de los sesenta del pasado siglo, cuando era director del Centro de Cálculo de la Universidad de Trieste. En aquella época tan sólo unas pocas grandes administraciones o compañías privadas poseían ordenadores y este tipo de metodología todavía no existía. A lo largo de las décadas siguientes y con la llegada de los ordenadores personales, fue posible desarrollar modelos actuariales cada vez más sofisticados para responder a las exigencias de varios fondos de pensiones públicos y privados que solicitaban asesoramiento a la hora de tomar decisiones estratégicas. En este trabajo que fui llevando a cabo durante varios años, conté con la imprescindible colaboración de mi hijo Riccardo, para la parte financiera y actuarial, y mi otro hijo Enrico, para la parte informática y simulativa. A lo largo del tiempo, nos llevó a la construcción de una metodología que fue bautizada "*método SIGMA*" (Simulación en el continuo con base individual para la Generación de Modelos Actuariales). Finalmente la teoría y las experiencias adquiridas con estos trabajos en el campo de los Seguros Sociales han sido reflejadas en una publicación científica de 1992 que se titulaba "*Evaluaciones Actuariales sobre los Fondos de Pensiones Integrativos: una técnica simulativa en el continuo*", editada por el *Departamento de Matemática Aplicada a las Ciencias Económicas, Financieras y Actuariales* de la Universidad de Trieste .

Este método y otros parecidos, basados en programas informáticos y en el uso científico del ordenador y que hoy en día se han convertido en la regla de trabajo en éste y otros campos, demuestran cómo las teorías antiguas siguen estando muy vigentes también cuando se apliquen a los modernos instrumentos de los que disponemos ahora.

Con frecuencia nos damos cuenta de que mirar hacia atrás no sólo no hace ningún daño, sino que puede hasta permitirnos avanzar con mayor celeridad.

Gracias por su amable atención.

Signor Presidente dell'Accademia,
accademici,
signore e signori,

Sento l'obbligo di ringraziare il Presidente, professor de Posada, i membri dell'Accademia ed i presenti tutti per essere intervenuti a questa mia giornata di festa che molto mi onora. In passato ebbi l'onore di ricevere a Roma un importante Premio internazionale dall'Accademia dei Lincei per la sezione delle Scienze assicurative alla presenza del Presidente della Repubblica italiana.

Era il lontano anno 1984 e io ero ancora in servizio alla mia università di Trieste come Professore ordinario di Matematica Finanziaria. Ma, vi confesso che il riconoscimento odierno mi da più gioia di quello, perché oramai sono un vecchio pensionato e di premi come questo non mi potevo sognare neanche di notte o dopo una sbornia di Ron Miel canario.

Tutto ciò premesso, ho scelto di parlarvi di un argomento che spero vi interesserà e che non necessita neanche di una formula matematica perché è basato solo su concetti elementari. Vi parlerò del rapporto fra la probabilità e l'assicurazione.

Potrà sembrare strano, ma tra le tante parole che adoperiamo, e di cui siamo certi di conoscere il significato, ce n'è una sulla quale spesso le idee sono tutt'altro che chiare. O meglio, sulla quale non si è riflettuto abbastanza per rendersele chiare. Stiamo parlando del termine *probabilità*, una parola che in assicurazione riveste una posizione cardine,

Che cosa significa esattamente “la probabilità di un certo evento è, per esempio, 0,15”?

La risposta più comune e che quell'evento si presenta con una frequenza pari a 0,15, cioè mediamente 15 volte su 100 prove. Questa risposta potrebbe anche andar bene, ma solo in un ben limitato numero di casi: tutti e soltanto quelli in cui si avesse a che fare con degli eventi “*ripetibili*”, ossia con eventi che hanno la possibilità di ripresentarsi, con le medesime caratteristiche, nel tempo. Tipici esempi di eventi ripetibili si trovano nei giochi dei dadi e delle carte e nelle lotterie.

Si sta poco a capire che eventi di quel genere non possono interessare il campo dell'assicurazione, dove invece vengono presi in considerazione fatti tutt'altro che ripetibili quali la sopravvivenza di una determinata persona, il verificarsi di un sinistro a carico di un ben determinato veicolo, l'esito favorevole del lancio di un certo satellite.

Si impone dunque la necessità di dare una più generale risposta al quesito sul significato di probabilità. Una risposta che comprenda anche i casi di dadi e lotterie ma riguardi la totalità degli eventi e in particolare tutti i casi di interesse concreto, come quelli che investono l'assicurazione.

La definizione che cerchiamo deve essere onnicomprensiva ed esauriente: deve metterci in grado di considerare anche casi limite di eventi sui quali non si sono mai fatte delle prove e neppure si faranno in seguito, ma ai quali tuttavia si dovrà assegnare un grado di probabilità.

E' stato Bruno de Finetti a darci questa definizione. Non a caso, prima di entrare nell'insegnamento universitario e diventare un personaggio di livello mondiale, egli era passato per una decennale esperienza “sul campo”, proprio nell'assicurazione, nelle Generali. Oggi tutti concordano con la sua visione “soggettiva”, ma non fu così all'inizio a causa di quell'inveterato modo di pensare esclusivamente in termini frequentistici. Che bisogno ci sarebbe, allora, di parlare di probabilità quando basterebbe esprimere la frequenza?

Sì, fra probabilità e frequenza esiste un legame, un legame molto stretto, ma che riguarda oggetti concettualmente distinti, poiché la prima si deve dare a priori, la seconda è una constatazione che si può fare solo a posteriori. Avremo occasione di tornare più avanti su questa diversità e di hiarire l'importante relazione che lega i due concetti.

La definizione, squisitamente operativa, di de Finetti è la seguente: “la probabilità di un evento è il grado di fiducia che un soggetto coerente attribuisce, nel suo stato di informazione, al verificarsi di quell'evento”. Dunque la probabilità non è “in sé”, è invece il giudizio che un determinato soggetto assegna al verificarsi dell'evento.

Su un dato evento ogni soggetto ha una propria probabilità che può coincidere o non coincidere con quella di altri e che può variare nel medesimo soggetto, a seconda dello stato di informazione posseduto. È proprio questa la probabilità che serve nell'impiego quotidiano per prendere le piccole e grandi decisioni a tutti i livelli.

Va da sé che, in presenza di statistiche assodate su di un certo fenomeno ripetitivo, l'individuo coerente darà un giudizio di probabilità non discosto dai risultati di quelle statistiche (sulla "coerenza" come la intendeva de Finetti dovremo tornare).

Facciamo attenzione che giudizio soggettivo non significa affatto giudizio arbitrario. La regola aurea per dare un "buon" giudizio di probabilità viene suggerita in questo modo: la probabilità è il prezzo che l'individuo è disposto a pagare per ricevere l'importo unitario se l'evento si verifica (e niente nei caso opposto). Ma deve essere al contempo l'importo che lo stesso individuo è disposto a ricevere per pagare l'importo unitario se l'evento si verifica, cioè nella scommessa a parti invertite. Con questo doppio vincolo, il probabilizzatore è costretto a giudicare con estrema equità e ad approfondire, quanto più possibile, le sue conoscenze sull'oggetto della sua valutazione.

La ricetta definettiana ha dunque una valenza economica: è il prezzo di una scommessa.

Va rimarcato come una simile impostazione risulti applicabile a qualsiasi tipo di evento, anche a un evento isolato che mai più potrà essere ripetuto. Infatti qui la questione della ripetibilità non è neppure sfiorata. Osserviamo, per inciso, che, a rigore, gli eventi non sono mai ripetibili, potranno tuttalpiù essere simili o assimilabili fra loro, cosa di cui diremo nel seguito poiché tornerà utile nelle applicazioni.

La coerenza: basta che il soggetto curi di non dare mai giudizi di probabilità in contrasto fra loro, come sarebbe il caso di chi pensasse di poter scommettere su una catena di eventi un importo minore di 1 e vincere con certezza 1: avrebbe scoperto la formula per moltiplicare il danaro, una specie di moto perpetuo.

Torniamo ora al discorso che riguarda il collegamento tra frequenza e probabilità, questione dalla quale eravamo partiti proprio per marcarne la differenza. Se gli eventi che si considerano sono del particolare tipo che abbiamo chiamato “ripetibile”, per essi vale un famoso teorema. È un teorema antico perché risale a Jacques Bernoulli (che visse dal 1654 al 1705) e che recita, grosso modo, così: “la frequenza di successo, in una serie abbastanza numerosa di prove, tende ad avvicinarsi alla probabilità”. Come dire che, per esempio, lanciando un dado un centinaio dì volte, la faccia che reca un solo puntino si presenta un numero di volte circa uguale a un sesto (su 120 lanci circa 20 volte), essendo 1/6 appunto la probabilità di quell'evento. Qui tutti devono convenire sul valore 1/6 per ovvie ragioni dì simmetria fra le sei facce. Ecco scoperto l'autentico legame fra probabilità e frequenza, quel legame che consente di adoperare la probabilità come previsione della frequenza, sempre che si tratti di eventi con caratteristiche di ripetibilità. Si badi che, anche se non in modo rigoroso, si può parlare di ripetibilità anche in schemi nei quali sono presenti eventi analoghi, simili, affini o comunque dotati di caratteristiche comuni.

A che cosa serve la probabilità in assicurazione? Non dobbiamo fare alcuno sforzo per rispondere a questa domanda. La risposta è bell'e pronta nella definizione di de Finetti: la probabilità di un evento è “l'importo che siamo disposti a spendere per ricevere l'unità se l'evento si verifica", ossia è il "premio" che siamo disposti a pagare per assicurare un bene di valore unitario. Se il bene vale 100 milioni e la probabilità di perderlo è da noi stimata in 0,01, vuoi dire che per assicurarlo siamo disposti a pagare 1 milione (abbiamo applicato una semplice proporzione). Naturalmente nella pratica non siamo noi assicurati a stabilire il prezzo dell'assicurazione, bensì è l'assicuratore che lo fissa. E questo sia perché è lui che si espone al rischio, sia perché ha una maggiore capacità di calcolare quella probabilità: egli è attrezzato per calcolarla, noi generalmente no. Perché l'assicuratore raccoglie o si procura statistiche aggiornate su quel tipo di evento che noi intendiamo assicurare presso di lui. E se non le possiede, farà riferimento a casi analoghi in modo tale da poter esprimere al meglio quella probabilità.

Il prezzo dato dalla probabilità viene chiamato "*premio equo*" e costituisce la base per calcolare il premio che il contraente sarà in effetti tenuto a pagare. Quest'ultimo sarà un premio superiore poiché vi verranno aggiunti due "*caricamenti*", uno per la sicurezza dell'impresa (che deve tutelarsi contro un eventuale aggravamento del rischio) e l'altro per le spese che l'assicuratore incontra nell'esercizio della sua attività. Starà poi all'assicurato decidere se accettare o meno quel contratto, anche se a condizioni non eque, in base alla "*utilità*" che vi annette.

Si potrebbe qui aprire un discorso sul concetto di utilità e i suoi legami con l'equità, ma ci porterebbe lontano. Ci limiteremo a dire che le due parti in causa, assicurato e assicuratore, possono benissimo concordare su un premio non equo, il primo "malgrado" i caricamenti, il secondo "grazie" ai caricamenti: le loro utilità sono diverse perché l'una intende "scaricare" un rischio, l'altro assumerselo.

Abbiamo appena detto che l'assicuratore è il meglio attrezzato per calcolare la probabilità dell'evento che intendiamo assicurare. Le informazioni di cui dispone non potranno riguardare propriamente quell'evento, ma saranno relative ad eventi consimili o giudicati tali. Se ciò non basta, egli si varrà di un supplemento d'indagine, eseguito proprio su quell'evento.

Nel caso di una polizza vita, si tratterà di richiedere all'assicurato una serie di informazioni sulle malattie pregresse e su quelle dei genitori e dei congiunti, cui potrà seguire una visita medica, talora anche specialistica.

Nel caso di un'assicurazione di beni, si faranno eseguire delle perizie tecniche, ma rimane il fatto che la ricerca della probabilità è una questione della massima delicatezza in cui entrano in gioco fattori ampiamente soggettivi. Solo perché ogni approfondimento ha un suo costo, su polizze di piccolo taglio si preferisce non andare per il sottile e ci si accontenta di applicare una valutazione standard che, tutto sommato, non darà grossi inconvenienti. Ammoniva de Finetti che ogni rischio meriterebbe una valutazione di probabilità a sé stante, anche se era poi il primo a dire che guai a quell'assicuratore che l'avesse fatto perché i costi sarebbero saliti a dismisura. Arriveremmo all'assurdo di un piccolo premio equo sormontato da un caricamento per spese soverchiante e quindi inaccettabile per l'assicurato.

Nella consueta pratica assicurativa bisogna adattarsi all'idea che l'equità del premio non è un dogma intangibile. Da sempre, l'assicurazione ha avuto fra i suoi scopi anche quello di riequilibrare, in parte, gli scompensi che si presentano fra le varie situazioni di rischio.

Se si dovesse far pagare ai giovani neopatentati il premio equo di R.C. auto, questo risulterebbe così elevato che si rischierebbe di spingerli a non assicurarsi. Pertanto sono gli anziani e più esperti quelli che finiscono per pagare quanto ai più giovani viene abbuonato. Esempi di questo genere se ne possono fare a iosa fino ad arrivare al caso estremo delle assicurazioni sociali, dove queste compensazioni costituiscono non l'eccezione, bensì la regola.

Il principio che abbiamo descritto passa sotto il nome di "solidarietà" e non deve essere confuso con la "mutualità", consistente invece nel fatto, intrinseco dell'assicurazione, che il pagamento dei sinistri viene sempre sostenuto dall'apporto dei premi versati dall'intera collettività assicurata.

Un discorso a parte, molto delicato, spetta alla questione delle variazioni *in itinere* delle probabilità e di conseguenza dei premi. È un discorso della massima importanza che non sempre viene agevolmente recepito dai non esperti, diventando causa di polemiche e di contrasti.

In verità si tratta di due distinte questioni. La prima consiste nel fatto che, in molte situazioni, come per esempio nell'assicurazione di R.C. auto, ogni anno le probabilità di sinistro mutano sia globalmente che per riguardo al singolo assicurato, dando luogo a un complesso procedimento che qui non possiamo neppure sfiorare. La seconda invece è di tutt'altra natura, perché mette in gioco la stessa probabilità iniziale per difetto di sufficienti informazioni all'origine; ci spiegheremo meglio con un esempio.

Pensiamo a un'urna contenente dieci palline nere e novanta bianche, in tutto quindi cento palline fra nere e bianche. La probabilità di estrarre una pallina nera è chiaramente pari a dieci su cento ovvero uno su dieci, cioè 0, 1. Ora però cambiamo lo schema e pensiamo a un'urna contenente ancora cento palline fra nere e bianche ma nella quale il numero delle prime e delle seconde non è conosciuto. Potrebbero essere ancora dieci e novanta, ma anche venti e ottanta, o trenta e settanta, ecc.., dando luogo nei vari casi a probabilità diverse: 0,1: 0,2: 0,3 e così via.

Come facciamo a scoprire qual' è la giusta probabilità se non sappiamo quante sono le palline nere rispetto alle bianche? Possiamo solo avanzare delle ipotesi, non altro. Se però ci è concesso di effettuare delle estrazioni, la situazione migliora e di molto. Sono naturalmente estrazioni con successivo reimbussolamento, perché altrimenti si verrebbe a modificare la composizione dell'urna e quindi la probabilità che cerchiamo. A ogni estrazione annoteremo se si è trattato di una pallina bianca o di una nera e avremo così almeno una vaga idea della composizione incognita. In realtà potremo avere più che una prima idea se faremo tesoro di un bellissimo teorema dovuto a un reverendo vissuto nel diciottesimo secolo, Thomas Bayes. Non lo descriveremo qui perché sarebbero necessarie formule matematiche, ma ci basti sapere che a ogni estrazione modificheremo, secondo un preciso meccanismo. la nostra probabilità iniziale, appunto per adeguarla all'esperienza che ci stiamo facendo.

Se saremo partiti dall'ipotesi 0,1 (quella della composizione precedente), a ogni estrazione di nera quel 0,1 crescerà e, all'opposto, a ogni estrazione di bianca quel 0,1 diminuirà. L'avevamo detto fin dal principio che la probabilità dipende dalle informazioni che ci procuriamo sull'evento considerato. L'esempio dell'urna, lo si è capito subito, era un modo per portare avanti un ragionamento, ma dietro a quell'urna di composizione ignota si intravedeva un evento da assicurare la cui probabilità era difficile da valutare per difetto di una sufficiente informazione e per la quale era necessario procedere attraverso successive approssimazioni con l'ausilio di esperimenti su casi consimili.

Chiuderemo questa rassegna di problematiche probabilistico/assicurative accennando ad un'interessante e un po' curiosa applicazione del già menzionato teorema di Bernoulli, quello che afferma la convergenza, in un grande numero di prove, della frequenza verso la probabilità. Nei casi in cui riesca difficile operare con formule matematiche che compongano varie probabilità (è tipico il caso dei fondi pensione integrativi, dove gli eventi che intervengono sono molto numerosi) si preferisce sostituire al calcolo matematico la "simulazione" degli eventi in gioco (sopravvivenza, invalidità, uscita per varie cause, promozioni...).

Con questa finalità, si crea un modello informatico che rappresenta la situazione da studiare, generando gli eventi che interessano mediante l'estrazione di numeri pseudo-casuali che seguono la distribuzione di probabilità dei rispettivi eventi. Questo procedimento si chiama '*simulazione stocastica*'. L'elaboratore elettronico dovrà produrre migliaia o anche decine di migliaia di '*esperimenti simulativi*' , ciascuno dei quali rappresenta una possibile situazione reale (che dipende dalle promozioni, eventuale invalidità, pensionamento a differenti età, uscita dal gruppo per cause distinte ecc., che possono verificarsi nel trascorso della vita futura di ciascun individuo appartenente alla collettività in esame) e alla fine si ottiene il risultato facendo la media dei valori ottenuti nelle singole prove.

Di questo tipo di metodologia io sono stato uno dei pionieri alla fine degli anni Sessanta del secolo passato, quando ero direttore del Centro di Calcolo dell'Università di Trieste. In quell'epoca, soltanto pochi grandi enti pubblici o società private possedevano dei calcolatori e questo tipo di approccio ai problemi non esisteva ancora. Nel corso dei decenni successivi, con l'irruzione dei *personal computer*, fu possibile sviluppare modelli attuariali sempre più sofisticati per rispondere alle esigenze dei vari fondi-pensione pubblici e privati, che necessitavano un parere tecnico quando dovevano prendere decisioni strategiche.

In questo lavoro professionale che ho svolto per molti anni, ho potuto contare sulla collaborazione indispensabile di mio figlio Riccardo, per gli aspetti finanziari e attuariali, e del mio altro figlio Enrico, per la parte informatica e simulativa. Nel corso del tempo, questo lavoro ci ha portato a costruire una metodologia che abbiamo chiamato "metodo SIGMA" (Simulazione nel continuo su base individuale per la Generazione di Modelli Attuariali). La teoria e le esperienze accumulate in questi lavori nel campo delle Assicurazioni Sociali sono stati finalmente formalizzati in una pubblicazione scientifica del 1992 intitolata "Valutazioni attuariali sui Fondi Pensione Integrativi: un approccio simulativo nel continuo", edita dal Dipartimento di Matematica Applicata alle Scienze Economiche, Finanziarie e Attuariali "*Bruno de Finetti*" dell'Università di Trieste.

Questo e altri metodi similari, basati su programmi informatici e sull'uso dell'elaboratore elettronico, si sono convertiti oggigiorno nel modo di lavoro abituale in questo ed altri campi e dimostrano come le vecchie teorie, quando siano applicate con l'ausilio dei mezzi di cui oggi disponiamo, possono essere ancora validissime.

Molto spesso dobbiamo renderci conto che guardare indietro fa tutt'altro che male, può anzi consentire di andare avanti con maggiore speditezza.

Grazie a tutti per la cortese attenzione.

COLECCIÓN:
DISCURSOS ACADÉMICOS

Coordinación: **Dominga Trujillo Jacinto del Castillo**

1. *La Academia de Ciencias e Ingenierías de Lanzarote en el contexto histórico del movimiento académico*. (Académico de Número). **Francisco González de Posada**. 20 de mayo de 2003. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.
2. *D. Blas Cabrera Topham y sus hijos*. (Académico de Número). **José E. Cabrera Ramírez**. 21 de mayo de 2003. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.
3. *Buscando la materia oscura del Universo en forma de partículas elementales débiles*. (Académico de Honor). **Blas Cabrera Navarro**. 7 de julio de 2003. Amigos de la Cultura Científica.
4. *El sistema de posicionamiento global (GPS): en torno a la Navegación*. (Académico de Número). **Abelardo Bethencourt Fernández**. 16 de julio de 2003. Amigos de la Cultura Científica.
5. *Cálculos y conceptos en la historia del hormigón armado*. (Académico de Honor). **José Calavera Ruiz**. 18 de julio de 2003. INTEMAC.
6. *Un modelo para la delimitación teórica, estructuración histórica y organización docente de las disciplinas científicas: el caso de la matemática*. (Académico de Número). **Francisco A. González Redondo**. 23 de julio de 2003. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.
7. *Sistemas de información centrados en red*. (Académico de Número). **Silvano Corujo Rodríguez**. 24 de julio de 2003. Ayuntamiento de San Bartolomé.
8. *El exilio de Blas Cabrera*. (Académica de Número). **Dominga Trujillo Jacinto del Castillo**. 18 de noviembre de 2003. Departamento de Física Fundamental y Experimental, Electrónica y Sistemas. Universidad de La Laguna.
9. *Tres productos históricos en la economía de Lanzarote: la orchilla, la barrilla y la cochinilla*. (Académico Correspondiente). **Agustín Pallarés Padilla**. 20 de mayo de 2004. Amigos de la Cultura Científica.
10. *En torno a la nutrición: gordos y flacos en la pintura*. (Académico de Honor). **Amador Schüller Pérez**. 5 de julio de 2004. Real Academia Nacional de Medicina.
11. *La etnografía de Lanzarote: "El Museo Tanit"*. (Académico Correspondiente). **José Ferrer Perdomo**. 15 de julio de 2004. Museo Etnográfico Tanit.
12. *Mis pequeños dinosaurios. (Memorias de un joven naturalista)*. (Académico Correspondiente). **Rafael Arozarena Doblado**. 17 diciembre 2004. Amigos de la Cultura Científica.
13. *Laudatio de D. Ramón Pérez Hernández y otros documentos relativos al* **Dr. José Molina Orosa**. (Académico de Honor a título póstumo). 7 de marzo de 2005. Amigos de la Cultura Científica.
14. *Blas Cabrera y Albert Einstein*. (Acto de Nombramiento como Académico de Honor a título póstumo del Excmo. Sr. D. **Blas Cabrera Felipe**). **Francisco González de Posada**. 20 de mayo de 2005. Amigos de la Cultura Científica.

15. *La flora vascular de la isla de Lanzarote. Algunos problemas por resolver*. (Académico Correspondiente). **Jorge Alfredo Reyes Betancort**. 5 de julio de 2005. Jardín de Aclimatación de La Orotava.

16. *El ecosistema agrario lanzaroteño.* (Académico Correspondiente). **Carlos Lahora Arán**. 7 de julio de 2005. Dirección Insular del Gobierno en Lanzarote.

17. *Lanzarote: características geoestratégicas*. (Académico Correspondiente). **Juan Antonio Carrasco Juan**. 11 de julio de 2005. Amigos de la Cultura Científica.

18. *En torno a lo fundamental: Naturaleza, Dios, Hombre*. (Académico Correspondiente). **Javier Cabrera Pinto**. 22 de marzo de 2006. Amigos de la Cultura Científica.

19. *Materiales, colores y elementos arquitectónicos de la obra de César Manrique.* (Acto de Nombramiento como Académico de Honor a título póstumo de **César Manrique**). **José Manuel Pérez Luzardo**. 24 de abril de 2006. Amigos de la Cultura Científica.

20. *La Medición del Tiempo y los Relojes de Sol*. (Académico Correspondiente). **Juan Vicente Pérez Ortiz**. 7 de julio de 2006. Caja de Ahorros del Mediterráneo.

21. *Las estructuras de hormigón. Debilidades y fortalezas*. (Académico Correspondiente). **Enrique González Valle**. 13 de julio de 2006. INTEMAC.

22. *Nuevas aportaciones al conocimiento de la erupción de Timanfaya (Lanzarote).* (Académico de Número). **Agustín Pallarés Padilla**. 27 de junio de 2007. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

23. *El agua potable en Lanzarote.* (Académico Correspondiente). **Manuel Díaz Rijo**. 20 de julio de 2007. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

24. *Anestesiología: Una especialidad desconocida*. (Académico Correspondiente). **Carlos García Zerpa.** 14 de diciembre de 2007. Hospital General de Lanzarote.

25. *Semblanza de Juan Oliveros. Carpintero – imaginero.* (Académico de Número). **José Ferrer Perdomo**. 8 de julio de 2008. Museo Etnográfico Tanit.

26. *Estado actual de la Astronomía: Reflexiones de un aficionado*. (Académico Correspondiente). **César Piret Ceballos**. 11 de julio de 2008. Iltre. Ayuntamiento de Tías.

27. *Entre aulagas, matos y tabaibas*. (Académico de Número). **Jorge Alfredo Reyes Betancort**. 15 de julio de 2008. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

28. *Lanzarote y el vino.* (Académico de Número). **Manuel Díaz Rijo**. 24 de julio de 2008. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

29. *Cronobiografía del Dr. D. José Molina Orosa y cronología de aconteceres conmemorativos.* (Académico de Número). **Javier Cabrera Pinto**.15 de diciembre de 2008. Gerencia de Servicios Sanitarios. Área de Salud de Lanzarote.

30. *Territorio Lanzarote 1402. Majos, sucesores y antecesores.* (Académico Correspondiente). **Luis Díaz Feria**. 28 de abril de 2009. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

31. *Presente y futuro de la reutilización de aguas en Canarias.* (Académico Correspondiente). **Sebastián Delgado Díaz**. 6 de julio de 2009. Agencia Canaria de Investigación, Innovación y Sociedad de la Información.

32. *El análisis del tráfico telefónico: una herramienta estratégica de la empresa.* (Académico Correspondiente). **Enrique de Ferra Fantín**. 9 de julio de 2009. Excmo. Cabildo de Fuerteventura.

33. *La investigación sobre el fondo cósmico de microondas en el Instituto de Astrofísica de Canarias.* (Académico Correspondiente). **Rafael Rebolo López**. 11 de julio de 2009. Instituto de Astrofísica de Canarias.

34. *Centro de Proceso de Datos, el Cerebro de Nuestra Sociedad.* (Académico Correspondiente). **José Damián Ferrer Quintana.** 21 de septiembre de 2009. Museo Etnográfico Tanit.

35. Solemne Sesión Académica Necrológica de Homenaje al Excmo. Sr. D. Rafael Arozarena Doblado, Académico Correspondiente en Tenerife. *Laudatio Académica* por **Francisco González de Posada** y otras *Loas*. 24 de noviembre de 2009. Ilte. Ayuntamiento de Yaiza.

36. *La Cesárea. Una perspectiva bioética.* (Académico Correspondiente). **Fernando Conde Fernández**. 14 de diciembre de 2009. Gerencia de Servicios Sanitarios. Área de Salud de Lanzarote.

37. *La "Escuela Luján Pérez": Integración del pasado en la modernidad cultural de Canarias.* (Académico Correspondiente). **Cristóbal García del Rosario**. 21 de enero de 2010. Fundación Canaria "Luján Pérez".

38. *Luz en la Arquitectura de César Manrique.* (Académico Correspondiente). **José Manuel Pérez Luzardo**. 22 de abril de 2010. Excmo. Ayuntamiento de Arrecife.

39. *César Manrique y Alemania.* (Académica Correspondiente). **Bettina Bo**rk. 23 de abril de 2010. Ilte. Ayuntamiento de Haría.

40. *La Química Orgánica en Canarias: la herencia del profesor D. Antonio González.* (Académico Correspondiente). **Ángel Gutiérrez Ravelo**. 21 de mayo de 2010. Instituto Universitario de Bio-Orgánica "Antonio González".

41. *Visión en torno al lenguaje popular canario.* (Académico Correspondiente). **Gregorio Barreto Viñoly**. 17 de junio de 2010. Ilte. Ayuntamiento de Haría.

42. La otra Arquitectura barroca: las *perspectivas falsas*. (Académico Correspondiente). **Fernando Vidal-Ostos**. 15 de julio de 2010. Amigos de Écija.

43. *Prado Rey, empresa emblemática. Memoria vitivinícola de un empresario ingeniero agrónomo*. (Académico Correspondiente). **Javier Cremades de Adaro.** 16 de julio de 2010. Real Sitio de Ventosilla, S. A.

44. *El empleo del Análisis Dimensional en el proyecto de sistemas pasivos de acondicionamiento térmico.* (Académico Correspondiente). **Miguel Ángel Gálvez Huerta**. 26 de julio de 2010. Fundación General de la Universidad Politécnica de Madrid.

45. *El anciano y sus necesidades sociales.* (Académico Correspondiente). **Arístides Hernández Morán**. 17 de diciembre de 2010. Excmo. Cabildo de Fuerteventura.

46. *La sociedad como factor impulsor de los trasplantes de órganos abdominales.* (Académico de Honor). **Enrique Moreno González**. 12 de julio de 2011. Amigos de la Cultura Científica.

47. *El Tabaco: de producto deseado a producto maldito.* (Académico Correspondiente). **José Ramón Calvo Fernández**. 27 de julio de 2011. Dpto. Didácticas Espaciales. ULPGC.

48. *La influencia de la ciencia en el pensamiento político y social.* (Académico Correspondiente). **Manuel Medina Ortega**. 28 de julio de 2011. Grupo Municipal PSOE. Ayuntamiento de Arrecife.

49. *Parteras, comadres, matronas. Evolución de la profesión desde el saber popular al conocimiento científico.* (Académico Numerario). **Fernando Conde Fernández**. 13 de diciembre de 2011. Italfármaco y Pfizer.

50. *En torno al problema del movimiento perpetuo. Una visión histórica*. (Académico Correspondiente). **Domingo Díaz Tejera**. 31 de enero de 2012. Ayuntamiento de San Bartolomé

51. *Don José Ramírez Cerdá, político ejemplar: sanidad, educación, arquitectura, desarrollo sostenible, ingeniería de obras públicas viarias y de captación y distribución de agua*. (Académico Correspondiente). **Álvaro García González**. 23 de abril de 2012. Excmo. Cabildo de Fuerteventura.

52. *Perfil biográfico de César Manrique Cabrera, con especial referencia al Municipio de Haría.* (Académico Numerario). **Gregorio Barreto Viñoly**. 25 de abril de 2013. Ilte. Ayuntamiento de Haría.

53. *Tecnología e impacto social. Una mirada desde el pasado hacia el futuro*. (Académico Correspondiente). **Roque Calero Pérez**. 26 de abril de 2013. Mancomunidad del Sureste de Gran Canaria.

54. *Historia del Rotary Club Internacional: Implantación y desarrollo en Canarias.* (Académico Correspondiente). **Pedro Gopar González**. 19 de julio de 2013. Construcciones Lava Volcánica, S.L.

55. *Ensayos en vuelo: Fundamento de la historia, desarrollo, investigación, certificación y calificación aeronáuticas*. (Académico Correspondiente). **Antonio Javier Mesa Fortún**. 31 de enero de 2014. Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial.

56. *El cielo nocturno de Fuerteventura: Recurso para la Ciencia y oportunidad para el Turismo.* (Académico Numerario). **Enrique de Ferra Fantín**. 20 de mayo de 2015.

57. *La Unión Europea ante las crisis internacionales.* (Académico Numerario). **Manuel Medina Ortega**. 24 de julio de 2015.

58. *Seguridad alimentaria y disruptores endocrinos hoy.* (Académico Correspondiente). **Antonio Burgos Ojeda**. 14 de diciembre de 2015.

59. *El Dr. Tomás Mena y Mesa: Médico filántropo majorero.* (Académico Numerario). **Arístides Hernández Morán**. 15 de diciembre de 2015.

60. *Callejero histórico de Puerto de Cabras - Puerto del Rosario*. (Académico Numerario). **Álvaro García González**. 20 de abril de 2016.

61. *El moderno concepto de Probabilidad y su aplicación al caso de los Seguros/Il moderno concetto di Probabilità e il suo rapporto con l'Assicurazione*. (Académico Correspondiente en Italia). **Claudio de Ferra**. 25 de julio de 2016.

FUNDACIÓN MANUAL VELÁZQUEZ CABRERA, CASA DEL MAESTRO
TISCAMANITA, TUINEJE (FUERTEVENTURA)